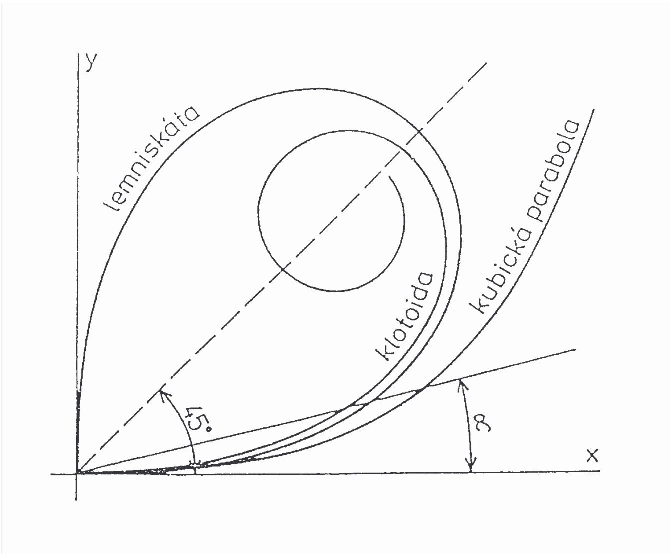
KLOTOIDA A PŘECHODNICOVÝ OBLOUK

Projíždí-li motorové vozidlo z přímé do oblouku, je tato jízda jen tehdy zcela bezpečná, když projíždí rovnoměrnou rychlostí a s plynulým rovnoměrným vychylováním řídících kol. Kombinace přímky a kružnicového oblouku, dotýkajícího se této přímky, je geometricky plynulá. S přihlédnutím k průběhu křivosti takových dvou prvků trasy shledáme, že je to kombinace nevhodná. Každá prudší změna rychlosti nebo směru může vést ke smyku a k nehodě. To znamená, že projektant silniční komunikace musí navrhnout trasu tak, aby se v obloucích eliminoval nepříznivý vliv odstředivé síly.

V počátcích rozvoje automobilismu vyhověly silniční trasy navržené kružnicovými oblouky bez přechodnic. Až rozvojem po 1.světové válce a výstavbou prvních dálnic se začaly používat přechodnice různých typů, zejména kubické paraboly v počátcích, později používaná lemniskáta a Oerleyeova křivka. U nás se začala počátkem padesátých let používat „volantová přechodnice“ - klotoida (spirála), která nejlépe vyhovuje jízdě automobilu z přímého úseku do oblouku. Na obr. 1 jsou vidět některé nejpoužívanější přechodnicové křivky.



Obr. 1 Nejpoužívanější přechodnicové křivky

Podle ČSN 73 6101 se přechodnice navrhuje ve tvaru klotoidy, ale nevylučují se i jiné vhodné křivky. Matematicky lze klotoidu odvodit z hlediska bezpečnosti jízdy vozidla pro křivku, které vozidlo vytváří po přechodnici a její tvar je :

$$L \times R = A^2$$

Součin poloměru křivosti a délky pro každý bod křivky je konstantní. Odmocnina z konstanty A^2 je tzv. *parametr*, který určuje poměrnou velikost křivky. Pro představu parametru uvádíme tento příklad : A =100 m znamená, že přechodnice na délku L = 100 m dosahuje poloměru R = 100 m. Obdobně v bodě této přechodnice, vzdáleném jen 50 m od počátku, je poloměr křivosti R = 200 m, jak plyne ze základní rovnice klotoidy. Čím je parametr menší, tím rychleji se poloměr křivosti zmenšuje. Parametr tedy určuje i tvar klotoidy a je pro klotoidu tím, čím je poloměr pro kružnicový oblouk.. Pro účely silničních přechodnic se však používá pouze krátký úsek od bodu 0, kde je poloměr $R = \infty$ (kde se napojuje na přímou) až k místu, kde je R shodné s poloměrem hlavního kružnicového oblouku, na který přechodnice přímku napojuje.

Všechny klotoidy jsou si geometricky podobné, liší se jen jejich velikost, která je určena velikostí parametru. Známe-li hodnoty pro určitou klotoidu a její parametr, můžeme vypočítat hodnoty klotoidy s jakýmkoli jiným parametrem tak, že tyto hodnoty násobíme poměrem parametrů. Platí to o všech hodnotách délkových, neplatí to však pro úhel τ, který svírá tzv. krátká tečna (subtangenta) s tečnou vedenou ke klotoidické přechodnici v bodě s poloměrem $R = \infty$. Tento úhel se nemění, když měníme parametr.
Odvození minimálně možného koncového poloměru přechodnice je shodné se stanovením poloměru kružnicového oblouku. O pohodlí a bezpečnosti přejezdu po přechodnici však kromě koncového poloměru rozhoduje i délka přechodnice v závislosti na nárůstové rychlosti, tj. rychlosti nárůstu křivosti $\rho = \dfrac{1}{R}$.
Potřebnou minimální délku přechodnice stanovujeme z těchto podmínek:

- z přírůstku odstředivého zrychlení (dynamiky jízdy),
- z potřebné doby průjezdu (kinematická podmínka),
- z psychologicko-vizuálních (perspektivní obrat),
- z bezpečnosti jízdy (maximální, resp. minimální sklon vzestupnice).

Navrhování přechodnice - klotoidy

Přechodnice se vkládá buď mezi přímou a kružnicový oblouk, anebo mezi dva stejnosměrné kružnicové oblouky různých poloměrů, navrhuje se ve tvaru klotoidy, ale nevylučují se jiné vhodné křivky.
Délku přechodnice L v m se z estetických důvodů doporučuje navrhovat v závislosti na velikosti poloměru kružnicového oblouku v hodnotách uvedených v následující tabulce :

Doporučené délky přechodnice L podle ČSN 73 6101

R v m	100	200	300	500	1 000	1 500	2 000	3 000	4 000	5 000
L v m	60	80	100	120	160	210	290	430	400	550

Nelze-li těchto hodnot ve stísněných poměrech dosáhnout, navrhne se na délku vzestupnice nebo sestupnice, nejméně však :

a) $1{,}5 \,.V_n$ metrů pro případ klopení jízdního pásu kolem vnější hrany vodicího proužku,
b) $1 \,.\, V_n$ metrů pro případ klopení jízdního pásu kolem osy (V_n je hodnota návrhové rychlosti v km/h).

Od návrhu přechodnice lze upustit, když odsunutí kružnicového oblouku ΔR je menší než 0,25 m. Přibližné odsunutí kružnicového oblouku od tečny ΔR lze po vložení klotoidické přechodnice zjistit ze vzorce :

$$\Delta R = \frac{L^2}{R}\left[\frac{1}{24} - \frac{\tau^2}{672} + \frac{\tau^4}{31680} - \dots\dots\right],$$

kde $\tau = \dfrac{L^2}{2\,A^2} = \dfrac{A^2}{2\,R^2} = \dfrac{L}{2\,R}$ je vnější úhel tečen přechodnice,

A je konstanta (parametr) navržené přechodnice.

Pro úhly $\tau \leq 30^o$ je $\Delta R = \dfrac{L^2}{24\,R} = \dfrac{L\,.\,\tau}{12}$.

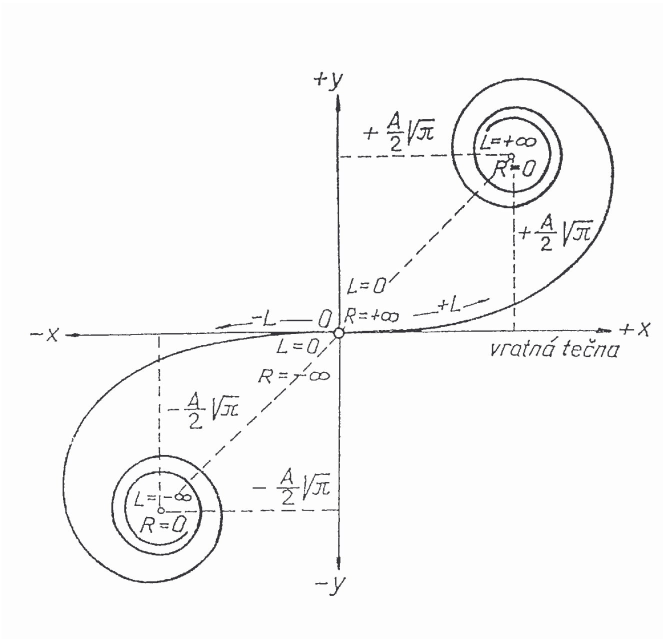
Je-li $\Delta R \leq 0{,}25$ m, přechodnice se již nenavrhuje.

Pro $\Delta R = 0{,}25$ m pak platí $\dfrac{L^2}{24\,R} = 0{,}25$ m, odtud $R = \dfrac{L^2}{6}$, nebo $L = \sqrt{6\,R}$.

Pro stanovení nejmenšího dovoleného poloměru směrového kružnicového oblouku, který lze již navrhnout bez přechodnice R v m, se za L dosazuje jednotně hodnota $1{,}5\ V_n$ metrů, a to bez ohledu na odlišný způsob klopení vozovky v obloucích o menších poloměrech.

Pro klotoidu (radioidu) jako spirálovou křivku (Cornuho spirála) platí, že součin poloměru R v daném bodě a délky L od počátku pro daný bod je neustále konstantní $(R * L = A^2)$ - viz obr. 2. Koncový bod klotoidy má pak souřadnice:

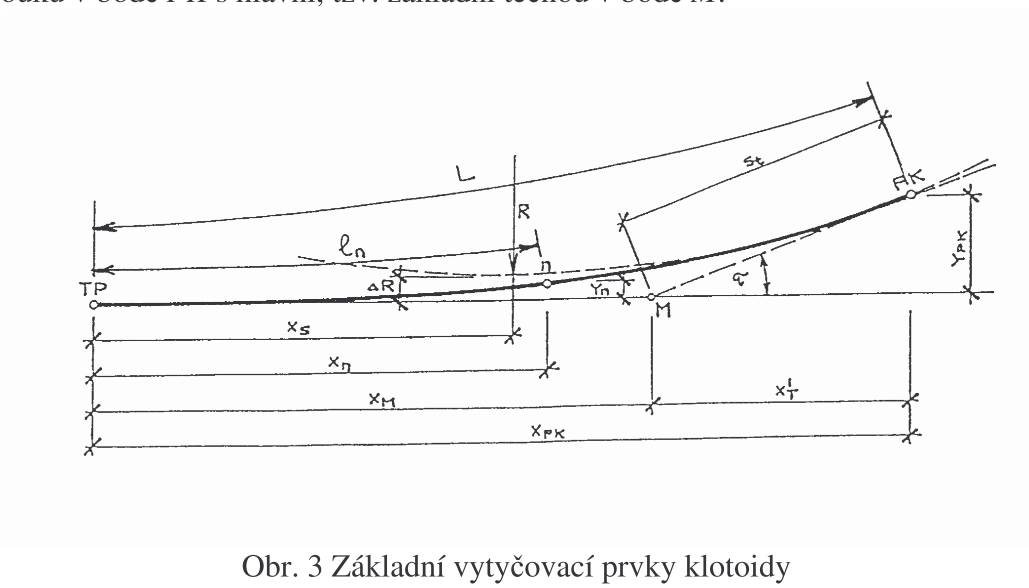
$$\boldsymbol{x = y = \frac{a}{2}\ \sqrt{\pi}}$$



Obr. 2 Klotoida

Podle obr. 3 pro vytýčení klotoidické přechodnice musíme znát:

- tečnový úhel τ v koncovém bodě přechodnice *PK*,
- pravoúhlé souřadnice libo-volných bodů *x* a *y*,
- odsun kružnicového oblouku ΔR,
- délku tečny, tzv. základní tečna,
- vzdálenost x_M průsečíku společné tečny, tzv. střední tečny přechodnice a kružnicového oblouku v bodě *PK* s hlavní, tzv. základní tečnou v bodě *M*.



Obr. 3 Základní vytyčovací prvky klotoidy

Mezi základními prvky klotoidy, tj. mezi parametrem A, tečnovým úhlem τ, koncovým poloměrem R a délkou přechodnice L jsou tyto vztahy:

$$A = \sqrt{L \,.\, R} = R\sqrt{2 \,.\, \tau} = \frac{L}{\sqrt{2\,\tau}};$$

$$L = \frac{A^2}{R} = 2 \,.\, \tau \,.\, R = A\sqrt{2 \,.\, \tau};$$

$$R = \frac{A^2}{L} = \frac{L}{2 \,.\, \tau} = \frac{A}{\sqrt{2 \,.\, \tau}};$$

$$\tau = \frac{L}{2\,R} = \frac{L^2}{2\,A^2} = \frac{A^2}{2\,R^2}$$

Úhel τ je nutno dosazovat samozřejmě v obloukové míře [rad] nebo jako arc τ, tj. pro stupně $= \frac{\pi}{180} \,.\, \tau$ a pro grady $= \frac{\pi}{200} \,.\, \tau$. Pokud se týká vzorce pro výpočet úhlu tečny $\tau = \frac{L}{2\,R}$, je potřeba poznamenat, že je obdobou vzorce pro výpočet úhlu tečny v kružnicovém oblouku $\alpha = \frac{O}{R}$.

Pravoúhlé souřadnice x a y lze odvodit z diferenciálních rovnic:

$$dx = dl \,.\, \cos\tau \quad \text{a} \quad dy = dl \,.\, \sin\tau \,.$$

Po dosazení a úpravě rovnice, vyčíslení sin τ a cos τ rozvojem řady a integraci dostaneme v koncovém bodě přechodnice PK souřadnice x_{PK} a y_{PK}.

$$x_{PK} = \frac{A}{\sqrt{2}} \,.\, 2\sqrt{\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{5 \,.\, 2\,!} + \frac{\tau^4}{9 \,.\, 4\,!} - \ldots\ldots\right);$$

$$y_{PK} = \frac{A}{\sqrt{2}} \,.\, 2\sqrt{\tau}\left(1 - \frac{\tau}{3} + \frac{\tau^3}{7 \,.\, 3\,!} + \ldots\ldots\right);$$

Protože rady pro x_{PK} a y_{PK} rychle konverguji, pro praktickou potřebu stačí použít jen první dva členy rovnic.

Výpočet ostatních vytyčovacích hodnot přechodnice již není velký problém:

$$x_s = x_{PK} - R \,.\, \sin\tau\,; \qquad x_M = x_{PK} - y_{PK} \,.\, \mathrm{cotg}\,\tau\,;$$

$$\Delta R = y_{PK} - R \,.\, (1 - \cos\tau)\,; \qquad T = x_{PK} + y_{PK} \,.\, \mathrm{tg}\,\tau\,;$$

$$s_t = \frac{y_{PK}}{\sin\tau}\,; \qquad z = \frac{y_{PK}}{\cos\tau}\,;$$

Největší potíže při výpočtu jsou s vyčíslením pravoúhlých souřadnic x_{PK} a y_{PK}. Proto při výpočtu vytyčovacích prvků klotoidy používáme tabulky nebo programovatelné kalkulátory.